

## PROGRAMME DE COLLE

Numéro de semaine : 3

Semaine du 28/9/2020 au 3/10/2020.

### Questions de cours :

1. Preuve de l'inégalité triangulaire dans  $\mathbb{R}$  et caractérisation du cas d'égalité.
2. Preuve du pincement de convexité de la fonction sinus sur  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ .
3. Liens (l'illustration graphique fera office de preuve) entre le graphe de  $f$  et ceux de  $g$  et  $h$  définies par  $g(x) = af(x)$ ,  $h(x) = f(x + a)$ . Exemples explicites au choix de l'examinateur.
4. Liens (l'illustration graphique fera office de preuve) entre le graphe de  $f$  et ceux de  $g$  et  $h$  définies par  $g(x) = f(ax)$ ,  $h(x) = f(a - x)$ . Exemples explicites au choix de l'examinateur.
5. Étude géométrique du trinôme du second degré à partir de la forme canonique et connaissant  $x \mapsto x^2$  (existence d'un axe de symétrie, de racines en fonction du signe du discriminant, coordonnées du sommet).
6. Montrer que toute fonction d'une variable réelle définie sur un ensemble symétrique par rapport à l'origine s'écrit de manière unique comme somme d'une fonction paire et d'une fonction impaire. En déduire la forme générale d'une fonction polynomiale impaire.
7. Preuve et illustration graphique de la localisation du graphe d'une fonction  $K$ -lipschitzienne entre deux courbes à préciser.
8. Justification des limites usuelles en 0 :  $\frac{\sin x}{x}$ ,  $\frac{\ln(1+x)}{x}$ ,  $\frac{e^x - 1}{x}$ ,  $\frac{1 - \cos x}{x^2}$ .
9. Théorème des croissances comparées :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^\alpha}{x^\beta}$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^\alpha}{(e^x)^\beta}$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^\alpha}{(e^x)^\beta}$ ,

### Thèmes de la colle :

Étude de fonctions (la trame de l'étude doit être connue des élèves), majorer et minorer), tout exercice de trigonométrie circulaire directe (toutes les formules sauf  $\cos(3a)$ ,  $\sin(3a)$ ,  $\tan(3a)$  doivent être connues).

#### Révisions et compléments d'analyse réelle.

1. Les fonctions circulaires sinus, cosinus. Formules de trigonométrie circulaire.
2. La fonction tangente. Étude complète de la fonction tangente.  
Tracé des graphes, résolution des équations  $\cos \theta = \cos \theta_0$ ,  $\sin \theta = \sin \theta_0$ ,  $\tan \theta = \tan \theta_0$  et résolution d'inéquations trigonométriques.
3. Fonctions monotones, majorées, minorées.
4. Propriétés analytiques (parité, imparité, périodicité) et interprétation géométrique.
5. Étude analytique du trinôme du second degré.
6. Étude des branches infinies (asymptotes, branches paraboliques).

### Consignes particulières :

L'interrogation sur le formulaire est maintenue : le programme est le même que celui de la semaine dernière.

Bonnes interrogations, soyez exigeants, insistez sur les points qui ont été mal compris et n'hésitez pas à réexpliquer pour aider les élèves à se corriger.

Vincent Bayle

Je suis joignable

- par téléphone au 09-50-28-23-28 ou au 06-74-52-23-64,
- par courrier électronique à l'adresse [120bayle2@free.fr](mailto:120bayle2@free.fr),
- par courrier postal, à mon adresse personnelle : 2, Impasse des Bernaches, 31280-DREMIL LAFAGE.