

PROGRAMME DE COLLE

Numéro de semaine : 20

Semaine du 8/3/2021 au 13/3/2021

Questions de cours :

1. Montrer que si $f \in \mathcal{L}(E, F)$ l'image de E' sous-espace de E de dimension p vérifie $\dim f(E') \leq p$. Caractériser le cas $\dim f(E') = p$.
2. Montrer l'existence d'un supplémentaire pour tout sous-espace d'un espace vectoriel de dimension finie.
3. Énoncé et preuve du théorème de la base incomplète (on peut demander la preuve de la question de cours précédente qui est utilisée dans la démonstration).
4. Montrer qu'un sous-espace vectoriel d'un espace vectoriel de dimension finie est de dimension finie et comparer leurs dimensions en caractérisant le cas d'égalité.
5. Formule de Grassmann donnant la dimension de la somme de deux sous-espaces vectoriels.
6. Caractérisation de l'injectivité/surjectivité d'une application linéaire f entre deux espaces E et F de dimension finie par son rang, cas particulier lorsque $\dim E = \dim F$: f injective $\iff f$ surjective.
7. Théorème du rang (avec le lemme préparatoire).
8. Pour $(u, v) \in \mathcal{L}(E, F) \times \mathcal{L}(F, G)$ et E de dimension finie, établir que $\operatorname{rg} u = \operatorname{rg}(u \circ v) + \dim(\ker v \cap \operatorname{Im} u)$.

Thème de la colle :

Algèbre linéaire. Espaces vectoriels de dimension finie.

1. Dimension d'un espace vectoriel.
 - (a) Existence d'une base.
 - (b) Dimension.
 - (c) Théorème de la base incomplète.
 - (d) Dimension des sous-espaces vectoriels. Existence d'un supplémentaire.
2. Relations entre les dimensions.
 - (a) Dimension et isomorphisme.
 - (b) Dimension d'un produit d'espaces vectoriels.
 - (c) Dimension de l'espace vectoriel des applications linéaires de E dans F .
 - (d) Dimension et somme de sous-espaces vectoriels.
3. Théorème du rang.
 - (a) Énoncé et preuve.
 - (b) Applications du théorème du rang.

Consignes particulières :

Semaine prochaine : dualité et début des polynômes.

Vincent Bayle

Je suis joignable

- par téléphone au 09-50-28-23-28 ou au 06-74-52-23-64,
- par courrier électronique à l'adresse 120bayle2@free.fr,
- par courrier postal, à mon adresse personnelle : 2, Impasse des Bernaches, 31280-DREMIL LAFAGE.